



PROJETO, MODELAGEM E IMPLEMENTAÇÃO DE ESTRUTURAS MECATRÔNICAS COM APLICAÇÃO AO ENSINO DE ENGENHARIA

Ilmar Ferreira Santos
Maurício de Barros Borges
Rodrigo Nicoletti

Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica, Departamento de Projeto Mecânico, CEP: 13083-970, Campinas, SP, Brasile-mail: mborges@dcc.unicamp.br, ilmar@fem.unicamp.br, rodrigo@fem.unicamp.br

Resumo: *Muitos engenheiros mecânicos deixam a universidade sem ter a percepção dos possíveis erros introduzidos na modelagem matemática de sistemas mecânicos, e as consequências destes erros na aplicação de controladores. Estes erros só podem ser visualizados através de bons exemplos teórico-experimentais. Este trabalho consiste na descrição de uma estrutura simples, com 2 graus de liberdade, para a utilização no ensino de engenharia. Este sistema é controlado por um atuador eletromagnético com o intuito de diminuir a amplitude de vibração de seus componentes. Um modelo matemático que descreve o comportamento dinâmico da estrutura e do atuador eletromagnético é proposto e se determinam os ganhos ótimos da malha de realimentação do controlador, obedecendo-se certas restrições de projeto. Os sinais são processados digitalmente via software, o qual também é responsável pelo acionamento do controlador. Análises da dinâmica do sistema são obtidas nos domínios do tempo e da frequência.*

Palavras-chave: *educação auxiliada por computador, sistemas de controle, dinâmica*

1. INTRODUÇÃO

O objetivo deste trabalho é sintetizar todas as etapas necessárias para o projeto de uma estrutura mecatrônica cuja modelagem matemática da dinâmica da estrutura e do seu controlador estejam ao alcance de alunos de graduação em Engenharia Mecânica. Através deste trabalho o aluno pode entrar em contato com conceitos adquiridos em várias disciplinas do curso, como: Dinâmica, Vibrações, Projeto de Máquinas e Estruturas e Sistemas de Controle e Análise de Sinais. O trabalho tem uma inclinação didática muito forte, sendo um exemplo da aplicação de ferramentas computacionais no ensino de engenharia, complementando outros tipos de aplicativos educacionais, como simuladores e aplicações multimídia (Santos, Ferretti e Schmidek, 1997).

2. ESTRUTURA MECATRÔNICA COM 2 GRAUS DE LIBERDADE

A estrutura mecatrônica proposta para estudo durante as aulas é composta por quatro lâminas flexíveis de aço, que fazem o papel de elementos elásticos de conexão entre os dois blocos metálicos, que constituem as duas massas do sistema mecânico. Este protótipo simplificado pode ser modelado como um sistema massa-mola de dois graus de liberdade, como é mostrado na Fig.1. A solução construtiva adotada permite que a altura dos engastes das massas nas lâminas seja alterado, e esta regulagem é muito importante durante a fase de análise do sistema, pois, através da variação da altura de engaste, a rigidez do sistema pode ser alterada.

A massa superior é a massa de excitação, que pode ser feita de várias formas: através de um disco desbalanceado que gira acoplado a um motor DC (elemento 6, Fig.1(a)); através de um shaker, ou através de um martelo de medição. Quando a excitação é feita pelo shaker ou pelo martelo, o sinal da força aplicada à estrutura por estes dispositivos é medida através de uma célula de carga. A massa inferior (elemento 5) é a massa de atuação. Nesta massa estão acoplados dois discos ferro-magnéticos que serão atraídos por um par de eletroímãs (elemento 3) posicionados na altura desses discos. Estes atuadores eletromagnéticos serão controlados pela malha de controle projetada com o auxílio do modelo teórico desenvolvido para representar a dinâmica do sistema com 2 graus de liberdade. Para que o sistema possa ser analisado e controlado é necessário que a evolução dinâmica do sistema seja conhecida. Para este fim, liga-se uma série de sensores à estrutura (neste caso, sensores de posição e velocidade). Um sistema PC (elemento 1) com uma placa dedicada ao processamento digital de sinais (Data Translation Fulcrum DT3801-G), adequadamente programada, é utilizada para fazer todo o tratamento dos dados, tanto no caso da análise quanto no caso do controle da estrutura considerada. O sinal de controle do PC é enviado para o amplificador de potência dos eletroímãs (elemento 2). Os demais elementos que compõem a bancada experimental, e o seu respectivo modelo mecânico, podem ser vistos na Fig.1.

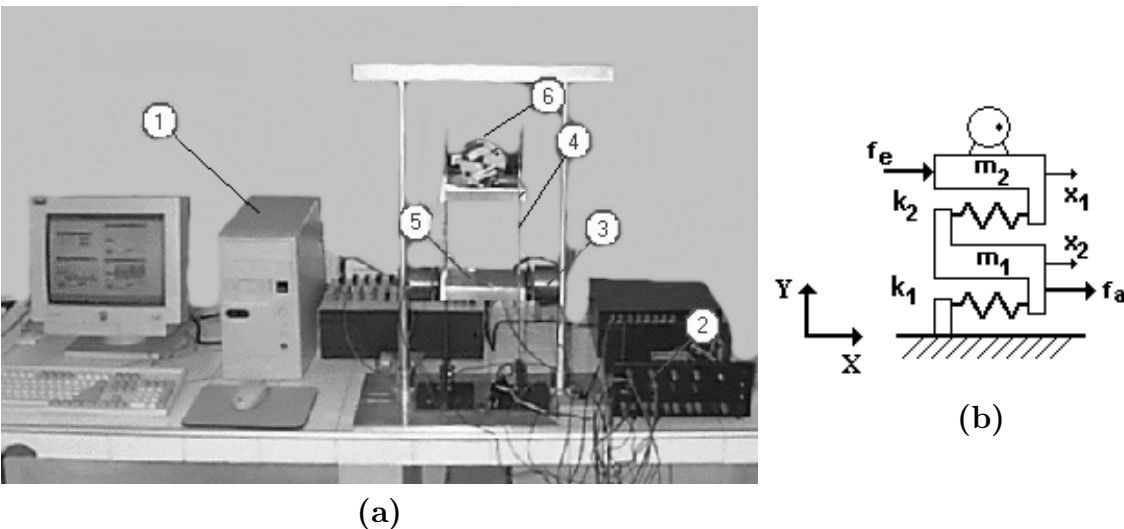


Figura 1: Estrutura com dois graus de liberdade: (a) 1) computador e placa com o sistema DSP, 2) amplificador de potência dos eletroímãs , 3) eletroímãs, 4) vigas elásticas, 5) massa inferior, 6) motor com disco desbalanceado (massa superior); (b) modelo mecânico : $m_1 = 2.5 \text{ kg}$, $m_2 = 3.04 \text{ kg}$.

3. MODELAGEM MATEMÁTICA

O modelo matemático, proposto em (Nicoletti, 1996), com as forças e os sentidos de atuação adotados, está esquematizado na Fig.1(b).

(i) **Equações de Movimento** – Aplicando-se as leis de Newton isoladamente em cada uma das massas considerando as forças presentes nos diagramas de corpos livres, chega-se ao sistema de equações de segunda ordem descrito pela Eq.(1).

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -f_a \\ f_e \end{Bmatrix} \quad (1)$$

onde m_1 e m_2 são as massas concentradas da estrutura, k_1 e k_2 são as constantes elásticas equivalentes das vigas engastadas, x_1 e x_2 são os respectivos deslocamentos das massas 1 e 2.

(ii) **Determinação da Rigidez das Lâminas** – A Eq.(2) determina a rigidez das lâminas em função dos seus parâmetros: L (comprimento entre os engastes da lâmina), E (módulo de elasticidade do material) e I (momento de inércia da área da secção das lâminas). Esta equação foi determinada através da solução da equação da elasticidade para o caso de uma lâmina bi-engastada.

$$k_{eq} = \frac{24EI}{L^3} \Rightarrow k_1 = \frac{24EI}{L_1^3} \text{ e } k_2 = \frac{24EI}{L_2^3} \quad (2)$$

Ressalta-se aqui que os valores dos parâmetros de rigidez k_1 e k_2 do sistema podem ser facilmente modificadas, variando-se o comprimento das lâminas L_1 e L_2 .

(iii) **Atuador Eletromagnético** – O eletroímã é modelado através da relação não linear descrito pela Eq.(3), que relaciona a força gerada pelo campo eletromagnético do ímã sobre a estrutura em função da constante de proporcionalidade K_a , da corrente i que excita a sua bobina e a distância z da estrutura até o ímã (Spes e Jehle, 1997).

$$f_a = K_a \left(\frac{i}{z} \right)^2 \quad (3)$$

No entanto, todas as ferramentas utilizadas para análise e controle do sistema são aplicáveis apenas a sistemas lineares. Desta forma, a equação foi linearizada utilizando-se uma série de Taylor e desprezando-se os termos não lineares (Eq.(4)).

$$f_a = \underbrace{\left(\frac{K_a i_0^2}{z_0^2} \right)}_{\alpha} + \underbrace{\left(\frac{2K_a i_0}{z_0^2} \right)}_{\beta} i + \underbrace{\left(-\frac{2K_a i_0}{z_0^3} \right)}_{\gamma} z \quad (4)$$

Um levantamento experimental da força que o eletroímã aplica na estrutura foi realizado em função das variáveis i e z , com o intuito de se determinar K_a , que é uma constante de proporcionalidade associada a cada eletroímã utilizado. A interpolação dos resultados

resultou nas expressões de Eq.(5), as quais demonstram que as potências que elevam os termos i e z são experimentalmente bastante próximos da hipótese teórica.

$$F_1(i, d) = 10^{2,8949} \frac{i^{2,0197}}{d^{1,8809}} \quad \text{e} \quad F_2(i, d) = 10^{2,9149} \frac{i^{2,0827}}{d^{1,8450}} \quad (5)$$

O valor K_a adotado para as simulações teóricas foi de: $K_a = 0.0018 \left[\frac{Nm^2}{A^2} \right]$. Os valores de α , β e γ (Eq.(4)) são determinados a partir de K_a e das condições de equilíbrio consideradas para a linearização do modelo: $\alpha = 0.423 \text{ [N]}$, $\beta = 8.4606 \left[\frac{N}{A} \right]$ e $\gamma = -130.1637 \left[\frac{N}{m} \right]$, para $i_0 = 1.0e-2 \text{ [A]}$ e $z_0 = 6.5e-3 \text{ [m]}$.

O eletroímã é controlado por um sinal de tensão gerado por uma malha executada pelo sistema DSP, através de um conversor digital-analógico. No entanto, este conversor não pode fornecer a corrente necessária para excitar o eletroímã, sendo necessário então utilizar um amplificador de potência (elemento 2, Fig.1(a)) capaz de fornecer esta corrente. A Fig.2 mostra as curvas de calibração ($I \times V$) de cada um dos eletroímãs.

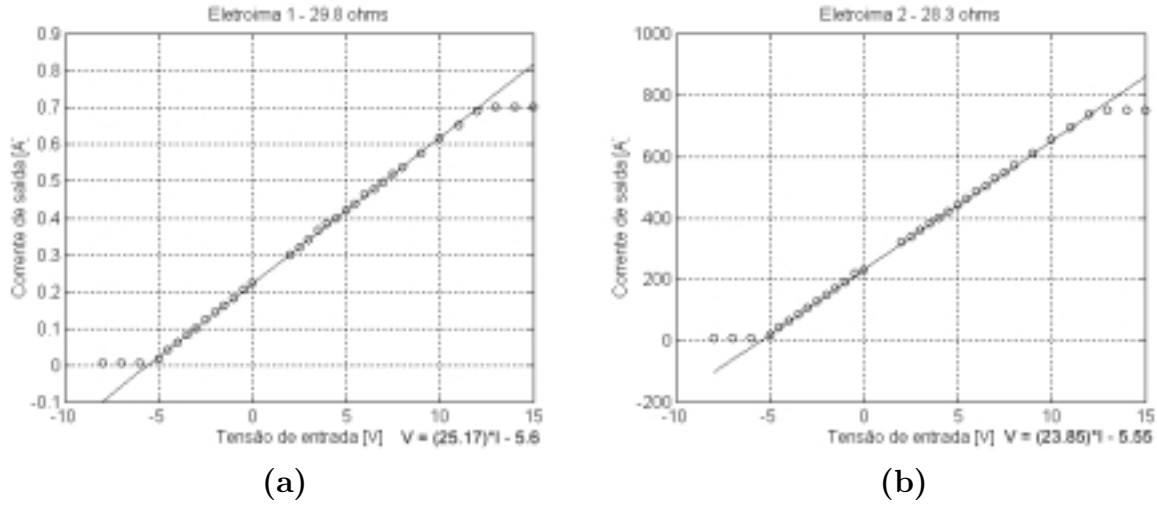


Figura 2: Curva característica $I \times V$ dos eletroímãs: (a) eletroímã 1; (b) eletroímã 2.

Na faixa de frequência de trabalho da estrutura mecatrônica, ou seja, de 0 a 20 Hz, o comportamento dinâmico dos eletroímãs pode ser considerado independente da frequência de operação do sistema (Spes e Jehle, 1997).

(iv) **Sistema de Controle** – O objetivo do sistema de controle é diminuir a amplitude de vibração do sistema nas suas frequências naturais. Com este intuito foi proposto um controlador PD (proporcional-derivativo) que modifica a dinâmica do sistema alterando a rigidez e o amortecimento da estrutura (Ogata, 1997). Os sinais de velocidade e posição de cada uma das massas são multiplicados por ganhos pré-definidos e somados para gerar um sinal de controle, que neste caso equivale a um sinal de corrente que será aplicado aos eletroímãs, como mostra a Eq.(6):

$$i(t) = G_1 \dot{x}_1 + G_2 \dot{x}_2 + G_3 x_1 + G_4 x_2 \quad (6)$$

onde G_1 , G_2 , G_3 , G_4 são os ganhos dos sinais elétricos que constituem a malha do sistema de controle.

(v) **Modelo Completo** – Substituindo-se a Eq.(6) na Eq.(4) e a equação resultante nas equações de movimento do sistema, obtém-se o modelo completo do sistema incluindo o controlador na dinâmica da estrutura. Este sistema de equações é então transformado em uma representação matricial da forma:

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta G_1 & \beta G_2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 + \beta G_3 - \gamma & \beta G_4 - k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\alpha - \gamma h_0 \\ f_e \end{Bmatrix} \quad (7)$$

ou simplesmente

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{D}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{f} \quad (8)$$

onde \mathbf{M} , \mathbf{D} e \mathbf{K} são respectivamente as matrizes de massa, amortecimento e rigidez do sistema e \mathbf{x} e \mathbf{f} equivalem aos vetores de posição e força. Nota-se claramente aqui, a influência do sistema de controle e do atuador eletromagnético ($G_1, G_2, G_3, G_4, K_a, \alpha, \beta$ e γ) na dinâmica do sistema mecatrônico em malha fechada. Comparando-se a Eq.(1) e a Eq.(7), observa-se que o sistema de controle permite alterar a matriz de rigidez e a matriz de amortecimento da estrutura em função dos ganhos (G_1, G_2, G_3, G_4).

(vi) **Determinação dos Ganhos Ótimos** – Para facilitar a simulação computacional do modelo ele é então convertido para a forma de representação por variáveis de estado, de acordo com a Eq.(9):

$$\underbrace{\begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{x}} \\ \dot{\mathbf{x}} \end{Bmatrix}}_{\dot{\mathbf{q}}} = \underbrace{\begin{bmatrix} -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{D} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \underbrace{\begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \mathbf{x} \end{Bmatrix}}_{\mathbf{q}} + \underbrace{\begin{Bmatrix} \mathbf{M}^{-1}\mathbf{f} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix}}_{\mathbf{f}^*} \quad (9)$$

A parte real dos auto-valores da matriz \mathbf{A} relaciona-se com o fator de amortecimento da estrutura. A determinação dos ganhos ótimos do controlador é feita variando-se os valores dos ganhos e calculando-se os auto-valores da matriz \mathbf{A} . Os ganhos ótimos são aqueles que maximizam o módulo da parte real (amortecimento) do auto-valor mais lento, que é o mais importante na resposta do sistema em questão.

Uma restrição na determinação dos ganhos é que eles devem ser projetados de forma a não saturar o amplificador de potência, mesmo quando o controlador é ligado (picos do sinal de controle), obedecendo então os limites das curvas de calibração. Após o procedimento descrito, chega-se aos seguintes valores ótimos (ou sub-ótimos) para os ganhos: $G_1 = 44 \left[\frac{A}{s}\right]$, $G_2 = 20 \left[\frac{A}{s}\right]$, $G_3 = 0 \left[\frac{A}{m}\right]$ e $G_4 = -50 \left[\frac{A}{m}\right]$.

4. IMPLEMENTAÇÃO EXPERIMENTAL

Durante este projeto foi desenvolvido um kit de software dedicado especificamente à análise e controle de vibrações em sistemas mecânicos (Borges, 1999), (Santos e Borges, 1999).

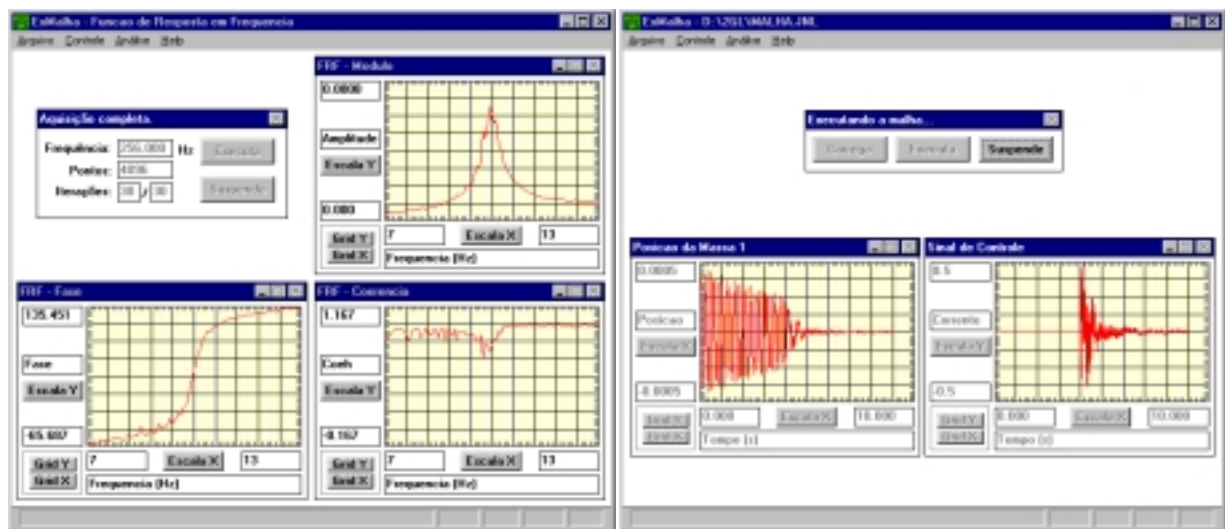
O programa ExMalha, que compõe este kit, permite o levantamento das curvas de módulo e fase da Função de Resposta em Frequência (FRF) experimental de um sistema

através da aquisição de várias amostras dos sinais de entrada (excitação) e saída (resposta) do sistema, além de calcular a coerência entre estas amostras (Bendat e Piersol, 1980) - vide Fig.3(a).

A função de coerência funciona como um indicador da validade daquela estimativa da FRF real a partir das amostras adquiridas. Desta forma, se o sinal de entrada ou saída tiverem muito ruído, a coerência será baixa.

Os parâmetros necessários para a aquisição das amostras e cálculo da estimativa experimental da FRF são a frequência de aquisição das amostras, o número de pontos a serem adquiridos em cada amostragem e o número de amostras a serem adquiridas.

A segunda função do ExMalha é executar malhas de controle. O ExMalha controla o sistema DSP, comunicando-se com este sistema e oferecendo uma interface com o usuário que o permite controlar a execução de malhas de controle através de uma barra de ferramentas. O usuário pode acompanhar a dinâmica de algum sinal na malha de controle através de janelas de vídeo gerenciadas pelo ExMalha. Esta função está exemplificada na Fig. 3(b).



(a)

(b)

Figura 3: Análise e controle de sistemas através do ExMalha: (a) levantamento da função de resposta em frequência; (b) execução da malha de controle.

A Fig. 4 mostra como a malha de controle utilizada para implementar o controlador proposto neste trabalho foi elaborada no DsMalha, outro programa componente do kit.

O propósito do DsMalha é fornecer um ambiente gráfico simples e intuitivo que permita aos alunos e outros usuários do kit elaborarem malhas de blocos a partir de blocos básicos pré-definidos no programa, como: conversores analógico-digitais e digital-analógico, entradas e saídas em arquivo, blocos que implementam operações matemáticas (ganhos, somadores) e lógicas, etc.

Realizou-se o levantamento do tempo de execução de cada um dos blocos básicos do DsMalha quando executados pelo ExMalha. A soma do tempo de execução dos blocos que compõe uma determinada malha corresponde ao período mínimo entre as iterações dessa malha, que por sua vez é o inverso da frequência máxima de execução. Este parâmetro é importante durante o projeto da malha e pode ser estimado.

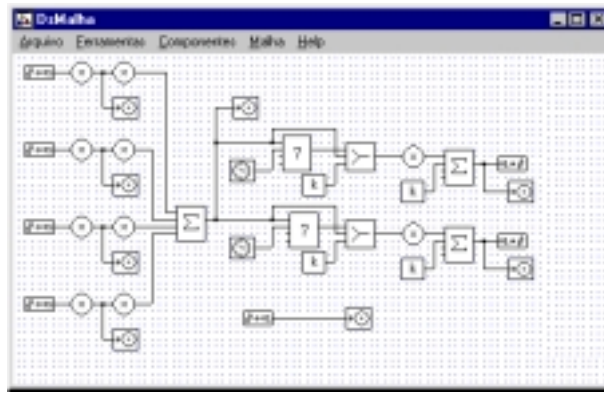


Figura 4: Elaboração de malhas no DsMalha

5. RESULTADOS

5.1. Análise no domínio do tempo

As análises experimentais do comportamento da estrutura no domínio do tempo foram feitas através de dois tipos de excitações: condições iniciais não nulas e excitação periódica através de um disco desbalanceado acoplado a um motor DC. Para permitir a observação da mudança da dinâmica da estrutura causada pela introdução do controle, o ExMalha liga o controlador somente 4 segundos após o início da execução da malha. Através das curvas da Fig. 5 nota-se que a estrutura tem um pequeno amortecimento mesmo sem o controle, mas este amortecimento pode ser desprezado quando comparado com o amortecimento introduzido pelo controlador, que mostrou ser eficiente neste aspecto para as condições adotadas.

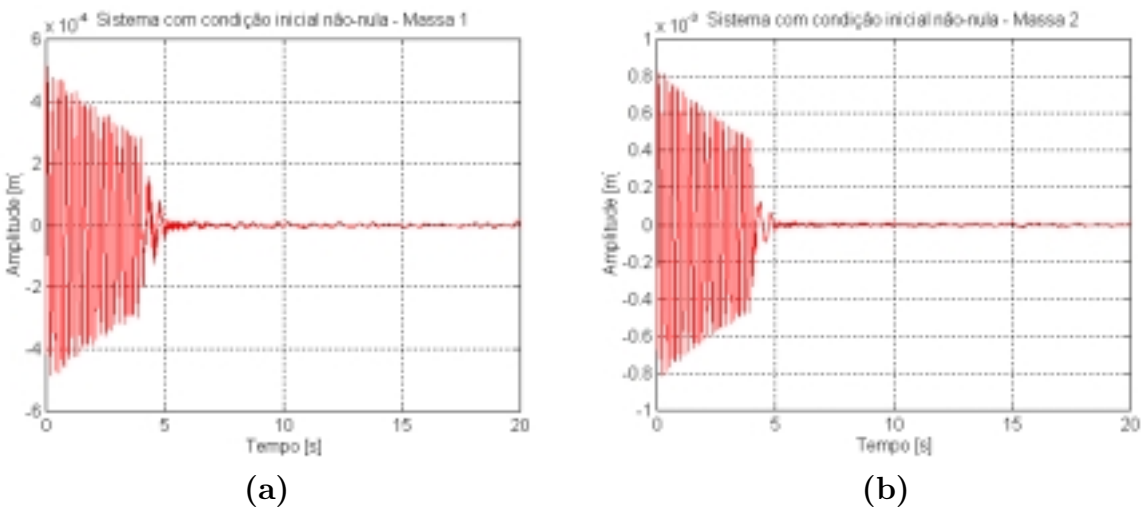


Figura 5: Resposta de deslocamento no domínio do tempo para a condição inicial não nula (transitório): **(a)** massa inferior 1; **(b)** massa superior 2.

O segundo estudo foi realizado ajustando-se o motor de forma a girar o disco a uma frequência próxima à primeira frequência natural da estrutura e está sintetizado nas curvas da Fig. 6. O controlador mostrou cumprir o seu objetivo, aumentando o amortecimento da estrutura e diminuindo a sua amplitude de vibração consideravelmente.

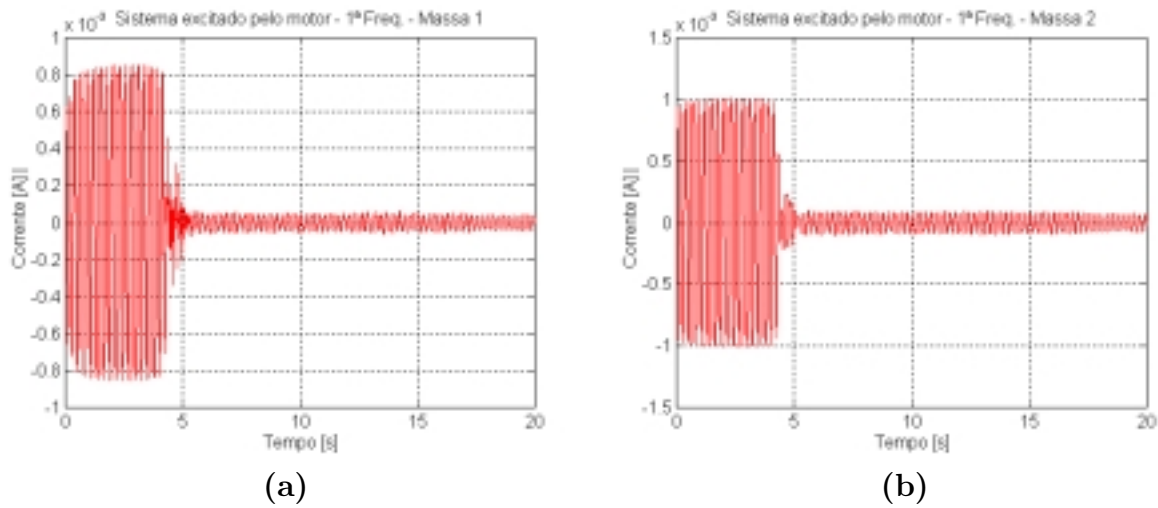


Figura 6: Resposta de deslocamento no domínio do tempo para a excitação em torno da primeira frequência natural: **(a)** massa inferior 1; **(b)** massa superior 2.

5.2. Análise no domínio da frequência

A análise no domínio da frequência foi realizada excitando-se o sistema através de um martelo com uma célula de carga (sensor de força) acoplada, medindo-se a resposta do sistema e calculando-se a Função de Resposta em Frequência (FRF) experimental do sistema.

Várias formas de excitação foram testadas durante o levantamento da FRF: excitação eletromagnética, excitação por shaker e excitação por martelo. Um estudo comparativo foi realizado para determinar qual dentre as várias formas de excitação era a mais adequada para o levantamento desta função. O parâmetro utilizado na comparação foi a função de coerência e constatou-se que a excitação por martelo resultava nas melhores coerências entre as amostras, enquanto a excitação eletromagnética resultava nas piores coerências.

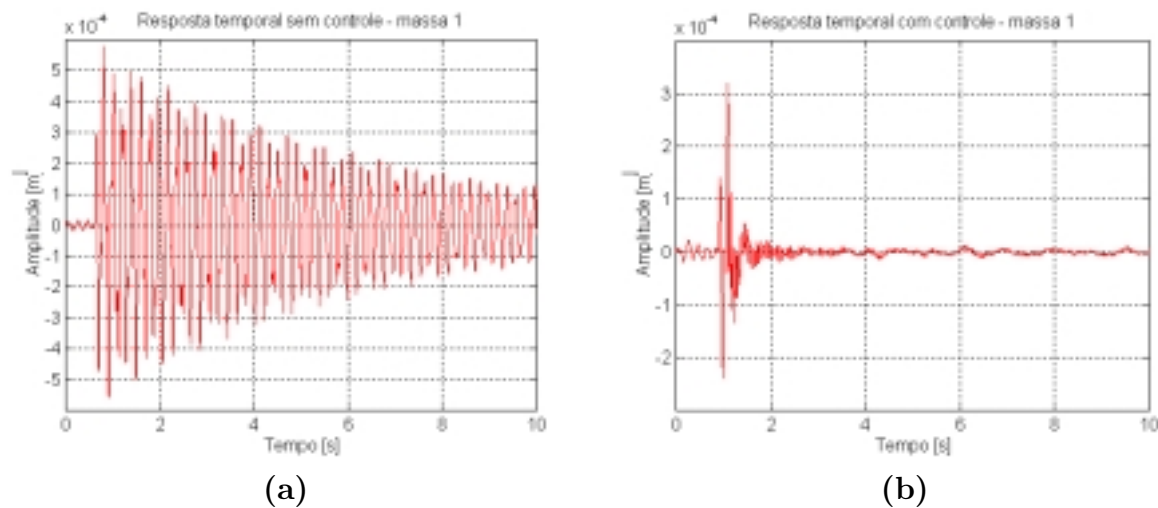


Figura 7: Resposta de deslocamento da massa inferior 1 no domínio do tempo quando a massa superior 2 é excitada por um pulso (martelo): **(a)** sem controle; **(b)** com controle.

As curvas da Fig. 7 mostram as respostas da estrutura em função de uma excitação impulsiva aplicada pelo martelo no caso sem e com controle, respectivamente. Deve-se notar que no caso controlado a estrutura sai do seu ponto de equilíbrio mas retorna

rapidamente, devido ao amortecimento introduzido pelo controlador. Já no caso sem controle, o único amortecimento presente é o amortecimento natural da estrutura.

A partir de um conjunto de 8 amostras foi calculada a FRF e a coerência entre os sinais com e sem controlador. As FRF e coerências são mostradas na Fig. 8 e permitem constatar o cumprimento do objetivo básico do controlador de diminuir as amplitudes de vibração da estrutura nas frequências naturais, pois o controlador atenua muito os picos da FRF nas frequências de ressonância.

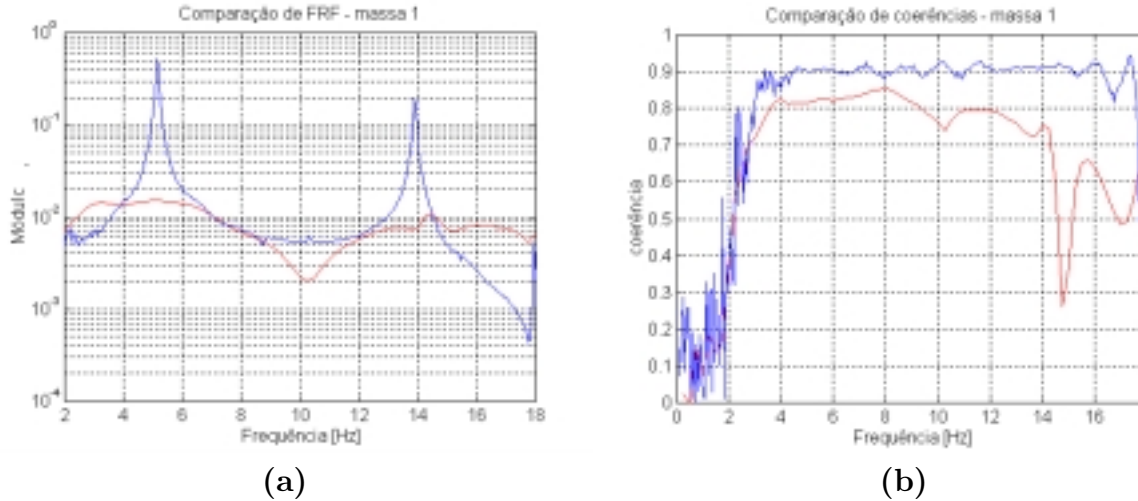


Figura 8: Resposta da massa inferior 1 para os casos com e sem controle: **(a)** domínio da frequência; **(b)** coerência.

A queda da coerência entre as amostras no caso controlado em torno da segunda frequência de ressonância pode ser justificada devido à forma como a estrutura foi excitada. O impulso foi dado sempre na massa 2, excitando a estrutura principalmente no seu primeiro modo de vibração. Desta forma, como tanto a excitação quanto a resposta do sistema em relação à sua segunda frequência natural são muito baixas, o ruído de medição passa a ser relevante e diminui a coerência entre as amostras nesta faixa de frequência.

6. DISCUSSÃO

O pacote completo desenvolvido, que inclui tanto os softwares dedicados à análise e controle de vibrações quanto o aparato eletrônico (sensores, condicionadores, amplificadores, etc..) e mecânico (protótipo) permite que os estudantes de engenharia tenham uma visão mais geral de todos os aspectos relacionados com o projeto, modelagem e implementação de uma estrutura mecatrônica.

Tanto a teoria quanto a prática podem agora ser comparadas em aula, permitindo que os alunos entendam melhor e possam detectar os erros e as hipóteses incoerentes adotadas durante a descrição do comportamento vibratório de estruturas através de modelos matemáticos. Tal entendimento só pode ser alcançado aliando-se uma boa fundamentação teórica com exemplos experimentais.

Após utilizar a parte de análise do ExMalha e levantar a Resposta em Frequência do sistema em estudo, os alunos podem partir para o projeto do controlador utilizando-se dos conceitos adquiridos em disciplinas sobre controle de sistemas dinâmicos e uma ferramenta de simulação matemática (como o MATLAB) e posteriormente implementá-los utilizando o kit DsMalha/ExMalha. Após a implementação e teste dos seus controladores os alunos

podem conferir o seu desempenho em relação à diminuição da amplitude de vibração da estrutura devido ao controle.

O processo completo contribui significativamente para o aumento das habilidades teóricas e experimentais dos alunos de graduação em engenharia mecânica.

Agradecimentos

Os autores agradecem à FAPESP (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo) pelo suporte dado ao projeto descrito neste artigo e a todos os outros projetos que serviram de referência para a sua realização.

REFERÊNCIAS

- Bendat, J. S., & Piersol, A. G. (1980), *Engineering Applications of Correlation and Spectral Analysis*, John Wiley & Sons, New York.
- Borges, M.B., (1999), *Desenvolvimento de Software Dedicado à Análise e Controle de Vibrações em Sistemas Mecânicos*, Relatório final FAPESP, 97/00364-8, (período: set/98-mar/99).
- Nicoletti, R., (1996), *Projeto Otimizado do Sistema de Controle para um Sistema com Quatro Graus de Liberdade*, FAPESP final report, 94/0902-1, (período: jun-dez/96).
- Ogata, K., (1997), *Modern Control Engineering*, Prentice-Hall, New Jersey.
- Santos, I.F. & Borges, M.B., (1999), *Vibration & Control Analysis Educational Tools*, International Conference on Engineering and Computer Education, Rio de Janeiro, Brasil.
- Santos, I.F, Ferretti, A.P. & Schmidek, E., (1997), *Dynamics of Nonlinear Systems and Virtual Reality - An Educational Tool for Engineering*, XVI Biennial ASME Conference on Vibration and Noise, Sacramento, USA. article DETC97/VIB4216.
- Spes B. & Jehle A., (1997), *Calibration of Magnets*, Internship Technical Report, Mechanical Design Department, UNICAMP.

DESIGN, MODELING AND IMPLEMENTATION OF A MECHATRONIC STRUCTURE AIMING AT ENGINEERING EDUCATION

Abstract: *Many engineers leave the university without knowing how many mistakes are possible to be done, while trying to simulate the vibrational behavior of mechanical structures. The "feeling" for avoiding these mistakes and for really understanding vibration and control techniques can be developed combining theoretical and experimental examples during classes. This paper consists on the description of a two degrees of freedom structure and its controller. The system is controlled by an electromagnetic actuator aiming at reducing vibration amplitudes of the masses. A simple mathematical model which describes the structure as well as the electromagnetic actuator dynamics is presented. This model is used to design the controller optimal gains, according to some project restrictions. An educational software package developed in the Department of Mechanical Design at Unicamp controls a digital signal processing system and is used to implement the controllers. This educational package allows students to analyze the system dynamics without and with the controller, both in time and frequency domains. Theoretical and experimental examples of this nature have been shown of capital importance for educating modern and up-to-dated engineers.*

Keywords: *computer aided education, control systems, dynamics*